

1 二次関数 $f(x) = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 10a + 13$ (a は定数) があり、 $y = f(x)$ のグラフ C と x 軸は異なる 2 点 P, Q で交わる。

(1) a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) C と y 軸の交点の y 座標を Y とする。 Y のとり得る値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \leq Y < \boxed{\text{オカ}}$ である。

ここで、 $Y = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のとき、線分 PQ の長さは $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) 線分 PQ 上に $(2, 0)$ と $(4, 0)$ がともに含まれるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{サ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

2 a は $-1 \leq a \leq 1$ を満たす実数とする。二次関数 $f(x) = -x^2 + 4ax - 4a^2 + 6a + 9$ があり、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。また、 C の頂点 P から x 軸に垂線を引き、 x 軸との交点を Q とする。

(1) 線分 PQ の長さを a を用いて表すと $PQ = \boxed{\text{ア}} a + \boxed{\text{イ}}$ であるから、線分 PQ が動いてできる部分の面積は $\boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) 点 $(4, 0)$ を A とする。 $\triangle APQ$ の面積 S を a を用いて表すと $S = \boxed{\text{オカ}} a^2 + \boxed{\text{キ}} a + \boxed{\text{クケ}}$ であるから、 S の最大値は $\frac{\boxed{\text{コサシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり、最小値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

3 二次関数 $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ がある。 a を正の定数とし、 $a \leq x \leq 2a$ における $f(x)$ の最小値を m とする。

(1) m を a の値によって場合分けして求めると

i. $0 < a \leq \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のとき、 $m = \boxed{\text{ウ}} a^2 - \boxed{\text{エ}} a + \boxed{\text{オ}}$

ii. $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} < a \leq \boxed{\text{カ}}$ のとき、 $m = \boxed{\text{キ}}$

iii. $\boxed{\text{カ}} < a$ のとき、 $m = \boxed{\text{ク}} a^2 - \boxed{\text{ケ}} a + \boxed{\text{コ}}$

である。

(2) $m = 7$ となるのは、 $a = \boxed{\text{サ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ のときである。