

1 次の式を計算せよ。

(1) $\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^3$

(2) $\frac{1+3i}{3-i} \times \frac{2i+3}{5i-1}$

2 等式 $(2+i)x - (3-6i)y = 15$ を満たす実数 x, y の値を求めよ。

3 (1) a を定数とする。2次方程式 $x^2 + ax + a + 8 = 0$ の解の種類を判別せよ。

(2) 方程式 $kx^2 + 4x + 3 = 0$ がただ1つの実数解をもつとき、定数 k の値とその実数解を求めよ。

4 2次方程式 $x^2 - 2x + 5 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$

(2) $(\alpha - \beta)^2$

(3) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$

(4) $\alpha^4 + \beta^4$

5 虚数 $3-i$ が2次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の解の1つであるとき、実数の定数 p, q の値を求めよ。

6 2次方程式 $x^2 + kx + 24 = 0$ の2つの解の差が5であるとき、定数 k の値と2つの解を求めよ。

7 次の式を、複素数の範囲で因数分解せよ。

(1) $5x^2 - 2x + 1$

(2) $x^4 - 7x^2 - 18$

8 2次方程式 $4x^2 + 5x + 2 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 α^3 と β^3 を解とする2次方程式を作れ。ただし、係数は整数にせよ。

9 (1) 整式 $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$ を、 $x-1$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) 整式 $3x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 12$ を、 $3x-2$ で割ったときの余りを求めよ。

10 2次方程式 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ が次のような異なる2つの解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

(1) 2つとも負

(2) 異符号

(3) 2つとも1より大きい

11 (1) 整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると余りが9, $x+5$ で割ると余りが -3 である。
 $P(x)$ を $x^2 + 4x - 5$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) $2x^{99} + 5$ を $x^2 - 1$ で割ったときの余りを求めよ。

12 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 + 4x^2 - 3x - 18$

(2) $2x^3 + 9x^2 + 13x + 6$

13 整式 $P(x)$ を $x^2 - 3x + 2$ で割ると余りが $-x + 4$, $x^2 - 4x + 3$ で割ると余りが $3x$ である。 $P(x)$ を $x^2 - 5x + 6$ で割ったときの余りを求めよ。

14 3次方程式 $x^3 + ax^2 + x + b = 0$ が -1 と 2 を解にもつとき、定数 a , b の値と他の解を求めよ。

15 $x=1-\sqrt{5}i$ のとき, $x^4-4x^3+14x^2-19x+26$ の値を求めよ。

(2) $x^3-5x^2+4=0$

16 整式 $P(x)$ を $(x-1)^2$ で割ると余りが $4x-5$, $x+2$ で割ると余りが -4 である。このとき, $P(x)$ を $(x-1)^2(x+2)$ で割ったときの余りを求めよ。

(3) $x^4-3x^3-x^2-3x+18=0$

17 1 の 3 乗根のうち, 虚数であるものの 1 つを ω とするとき, 次の式の値を求めよ。

(1) $\omega^{14}+\omega^7+1$

(2) $\omega^2+\frac{1}{\omega^2}$

(4) $2x^4+5x^3+5x^2-2=0$

18 3 次方程式 $x^3+ax^2+bx-10=0$ が $2+i$ を解にもつとき, 実数の定数 a, b の値を求めよ。また, 他の解を求めよ。

20 3 次方程式 $x^3+(a-4)x-2a=0$ が 2 重解をもつとき, 定数 a の値を求めよ。

19 次の方程式を解け。

(1) $27x^3-8=0$

21 3次方程式 $x^3 - 3x^2 - 2x + 7 = 0$ の3つの解を α, β, γ とするとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

(2) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

(3) $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$

(4) $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$

(5) $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$

22 方程式 $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$ について、次の問いに答えよ。

(1) $t = x + \frac{1}{x}$ とおいて、与えられた方程式を t の方程式で表せ。

(2) 与えられた方程式の解を求めよ。