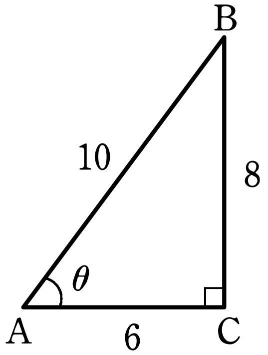
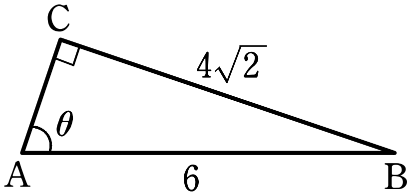
$\boxed{1}$ 下の図において，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

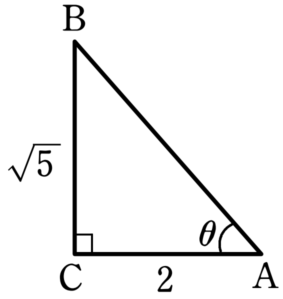
(1)



(2)



(3)



$\boxed{2}$ 木の根もとから水平に 3 m 離れた地点に立って木の先端を見上げると，水平面とのなす角が $60°$ であった。目の高さを 1.6 m として，木の高さを求めよ。ただし，小数第 2 位を四捨五入せよ。$\sqrt{3}=1.73$ とする。

$\boxed{3}$ 次の三角比を，$45°$ 以下の角の三角比で表せ。

(1) $\sin 54°$　　(2) $\cos 61°$　　(3) $\tan 55°$

$\boxed{4}$ θ は鋭角とする。

(1) $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ のとき，$\cos\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。

(2) $\cos\theta=\dfrac{12}{13}$ のとき，$\sin\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。

$\boxed{5}$ $0° \leqq \theta \leqq 180°$, $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $\sin\theta\cos\theta$　　(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$　　(3) $\sin\theta - \cos\theta$

$\boxed{6}$ 次の表の空らんに三角比の値を入れよ。

θ	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$
$\sin\theta$						$\frac{\sqrt{3}}{2}$			
$\cos\theta$						$-\frac{1}{2}$			
$\tan\theta$						$-\sqrt{3}$			

(解説)

$\boxed{1}$ (1) $\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$,　$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$,　$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$

(2) $AC=\sqrt{6^2-(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{4}=2$

よって　$\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{4\sqrt{2}}{6}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$,　$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$,

$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

(3) $AB=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{9}=3$

よって　$\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$,　$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2}{3}$,　$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(解説)

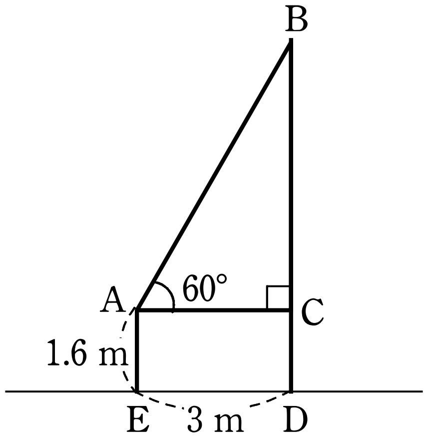
$\boxed{2}$ 目の位置を A とする。

右の図において

$$BC=AC\times\tan 60^\circ$$
$$=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$$

よって，木の高さ BD は

$$BD=BC+CD=3\sqrt{3}+1.6$$
$$=3\times1.73+1.6$$
$$=6.79\fallingdotseq6.8 \text{ (m)}$$



(解説)

$\boxed{3}$ (1) $\sin 54^\circ=\sin(90^\circ-36^\circ)=\cos 36^\circ$

(2) $\cos 61^\circ=\cos(90^\circ-29^\circ)=\sin 29^\circ$

(3) $\tan 55^\circ=\tan(90^\circ-35^\circ)=\dfrac{1}{\tan 35^\circ}$

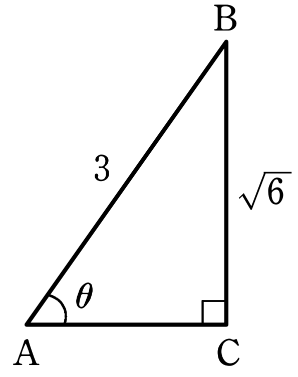
(解説)

$\boxed{4}$ (1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)^2=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

$\cos\theta>0$ であるから　　$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{1}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

また　　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\div\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3}=\sqrt{2}$

別解　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ となる右の図のような直角三角形 ABC を考える。



$AC=\sqrt{3^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{3}$

よって　　$\cos\theta=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

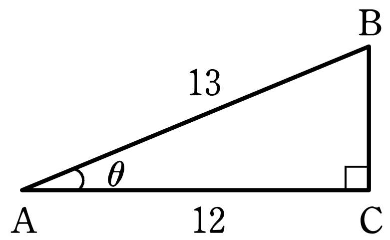
$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　　$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\dfrac{12}{13}\right)^2=1-\dfrac{144}{169}=\dfrac{25}{169}$

$\sin\theta>0$ であるから　　$\sin\theta=\sqrt{\dfrac{25}{169}}=\dfrac{5}{13}$

また　　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{5}{13}\div\dfrac{12}{13}=\dfrac{5}{13}\times\dfrac{13}{12}=\dfrac{5}{12}$

別解　$\cos\theta=\dfrac{12}{13}$ となる右の図のような直角三角形 ABC を考える。



$BC=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5$

よって　　$\sin\theta=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$，$\tan\theta=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{5}{12}$

(解説)

$\boxed{5}$ (1)　$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$$

ゆえに　$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$

よって　$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{8}$　…… ①

(2)　(1) の結果を利用して

$$\begin{aligned}\sin^3\theta+\cos^3\theta&=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)\\&=(\sin\theta+\cos\theta)(1-\sin\theta\cos\theta)\\&=\frac{1}{2}\left\{1-\left(-\frac{3}{8}\right)\right\}=\frac{11}{16}\end{aligned}$$

(3)　(1) の結果を利用して

$$\begin{aligned}(\sin\theta-\cos\theta)^2&=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta\\&=1-2\sin\theta\cos\theta=1-2\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{7}{4}\end{aligned}$$

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき $\sin\theta\geqq0$ であり，① から　$\cos\theta<0$

よって，$\sin\theta-\cos\theta>0$ であるから

$$\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{\frac{7}{4}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$$

(解説)

$\boxed{6}$

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$	0	$-\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	0