

[1] 次の極限を調べよ。(各 2 点×6 = 12 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + x)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x + 2}$

(3) $\lim_{t \rightarrow 1} \sqrt{2t + 7}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 3}$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{x-1} \right)$

[2] 次の極限を調べよ。(各 2 点×3 = 6 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x-2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

[3] 次の極限を調べよ。(各 2 点×3 = 6 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - 3 \right)$

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} \left[2 - \frac{1}{(x+1)^2} \right]$

[4] 次の極限を調べよ。(各 2 点×6 = 12 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x-2}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$

(4) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{2x^2 + 3x}{|x|}$

(5) $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{2x^2 + 3x}{|x|}$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x}{|x|}$

[5] 次の極限を求めよ。(各 2 点×2 = 4 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2+3} + 2x}{x+1}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}$

[6] 次の極限を調べよ。(各 2 点×6 = 12 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x+2}$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{1+x^2}$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^x$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (5^x - 3^x)$

(6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_2 \frac{x+2}{2x-3}$

[7] 次の極限を求めよ。(各 3 点×2 = 6 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2+1})$

[8] 次の極限を求めよ。(各 3 点×4 = 12 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4x} - x)$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+4x} + x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{2x^2+x} + \sqrt{2x^2-x}}$

(4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+1})$

[9] 次の極限を調べよ。(各 2 点× 6 = 12 点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}\pi} \sin x$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}\pi} \cos x$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}\pi} \tan x$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \cos \frac{2}{x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -0} \tan \frac{1}{x}$$

[10] 次の極限を求めよ。(各 2 点× 6 = 12 点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-2x)}{x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-x)}{\tan x}$$

[11] 次の極限を求めよ。(各 2 点× 4 = 8 点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{3x^2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan 2x}{x}$$

[15] 次の極限を求めよ。(各 2 点× 6 = 12 点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \pi x}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^\circ}{x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{\sin x}$$

[12] 次の極限を()のようにおき換えて求めよ。(各 2 点× 2 = 4 点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} 2x \sin \frac{1}{x} \quad \left(\frac{1}{x} = t \right)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} \quad (x - \pi = t)$$

[16] 半径 r の円 O の周上に定点 A と動点 P がある。A における接線上に $AQ = AP$ であるような点 Q を OA に関して P と同じ側にとる。P が円周上を A に限りなく近づくとき, $\frac{PQ}{AP^2}$ の極限を求めよ。(5点)

17 次の関数 $f(x)$ が、 $x=0$ で連続であるか不連続であるかを調べよ。(各 5 点 \times 3 = 15 点)

$$(1) \quad f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$(2) \quad f(x) = [-x]$$

$$(3) \quad f(x) = [-|x|]$$

18 次の方程式は与えられた範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつことを示せ。

$$(1) \quad x - 2\sin x - 3 = 0 \quad (0 < x < \pi)$$

(各 3 点 \times 2 = 6 点)

$$(2) \quad x - 3^{-x} = 0 \quad (0 < x < 1)$$

19 次の関数 $f(x)$ の定義域をいえ。また、定義域における連続性を調べよ。

$$(1) \quad f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 1}$$

(各 6 点 \times 2 = 12 点)

$$(2) \quad f(x) = x - [x]$$

20 無限級数 $x + \frac{x}{1+|x|} + \frac{x}{(1+|x|)^2} + \dots + \frac{x}{(1+|x|)^{n-1}} + \dots$ の和を $f(x)$ とおく。関数

$y = f(x)$ のグラフをかき、その連続性を調べよ。(7点)

21 次の関数のグラフをかき、その連続性を調べよ。(各 7 点 \times 3 = 21 点)

$$(1) \quad y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$$

$$(2) \quad y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x-1}{1+|x|^n}$$

$$(3) \quad y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin 2x + 1}{n \sin x + 1}$$